



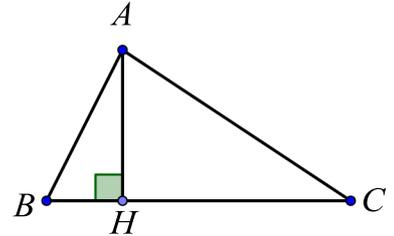
Exercice 1 : (4 points)

I – Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.

1) Les points A, B, C et H sont ceux de la figure ci-contre :

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ est égal à :

- a) AH^2 b) $AH^2 - HB \times HC$ c) $AH^2 + HB \times HC$ d) $AB \times AC$

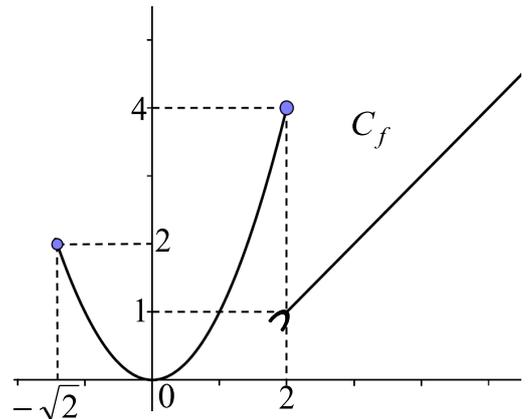


2) Si ABCD un carré de coté 1. Alors le produit scalaire $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{BD}$ est égal à :

- a) $\sqrt{2}$ b) 1 c) $-\sqrt{2}$ d) -1

II – Dans le plan muni d'un repère orthogonal, C_f est la courbe représentative de la fonction f définie sur $[-\sqrt{2}, +\infty[$. **Répondre par Vrai ou Faux :**

1. $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4$
2. $f(2) = 1$
3. Le domaine de continuité de f est : $\mathbb{R} \setminus \{2\}$
4. 4 est le maximum de f sur D_f
5. Pour tout $x \in [-\sqrt{2}; 2]$, on a : $2 \leq f(x) \leq 4$
6. $f([-\sqrt{2}; 3]) = [0; 4]$



Exercice 2 : (3 points)

On considère une fonction f , définie et continue sur un intervalle $[-3; 4]$, dont le tableau de variation est le suivant :

x	-3	1	4
$f(x)$		5	
		↗	↘
			-1

- 1) Préciser le minimum de f sur chacun des intervalles : $[-3; 4]$ et $[1; 2]$.
- 2) a – Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $[1, 4]$.
 b – En déduire la position relative de la courbe C_f de la fonction f par rapport à l'axe des abscisses.

3) Justifier que la fonction $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{11 - 2f(x)}}$ est définie sur $[-3; 4]$.

Exercice 3 : (6 points)

I – Soit g la fonction définie par : $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x+4} + 2}$.

- 1) a – Donner le domaine de définition de g .
- b – Justifier que g est continue sur $[-4; +\infty[$.
- c – Calculer alors $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$.

2) Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x}$.

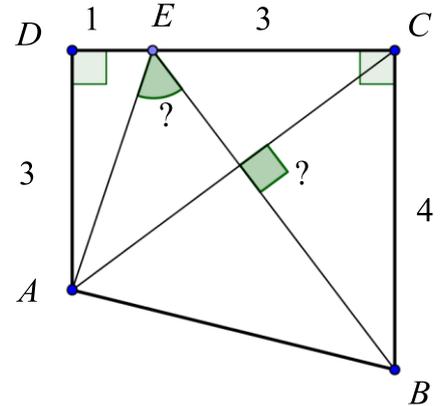
- a – Déterminer le domaine de définition D_f de f .
- b – Montrer que $\forall x \in D_f, f(x) = g(x)$.
- c – En déduire que f est prolongeable par continuité en 0 et définir la fonction prolongée F de f .

II – Soit la fonction h définie sur \mathbb{R} par $h(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x} & \text{si } x \in [-4; +\infty[\setminus \{0\} \\ \frac{1}{4} & \text{si } x = 0 \\ \frac{x^2 + 5x + 4}{x + 4} + m & \text{si } x \in]-\infty; -4[\end{cases}$

- 1) Etudier la continuité de h en 0.
- 2) a – Montrer que : $\lim_{x \rightarrow (-4)^-} h(x) = m - 3$.
- b – Pour quelle valeur de m ; h est continue en (-4) ?
- 3) On prend $m = 1$. Déterminer le domaine de continuité de h . (Justifier).

Exercice 4 : (7 points)

$ABCD$ un trapèze rectangle en C et D . E est un point de $[DC]$ défini comme l'indique la figure ci-dessous : ($AD = 3$; $DE = 1$; $BC = 4$)



1) Montrer que : $(\vec{ED} + \vec{DA})(\vec{EC} + \vec{CB}) = \vec{ED} \cdot \vec{EC} + \vec{DA} \cdot \vec{CB}$

- 2) a – Calculer $\vec{ED} \cdot \vec{EC}$ et $\vec{DA} \cdot \vec{CB}$.
- b – En déduire que : $\vec{EA} \cdot \vec{EB} = 9$

c – Calculer EA et EB puis $\cos(\widehat{AEB})$.

d – Montrer alors que $AB = \sqrt{17}$.

3) Soit H le projeté orthogonal de A sur (BC)

- a – Calculer $\vec{CA} \cdot \vec{CB}$ et $\vec{CA} \cdot \vec{CE}$
- b – En Déduire que $(CA) \perp (BE)$

4) On considère l'ensemble $\Delta = \{M \in P \text{ tel que } MB^2 + MC^2 - 2\vec{MA} \cdot \vec{MC} = 29\}$

Soit $I = B * C$ et $J = A * C$.

a – Montrer que $BJ^2 = \frac{41}{4}$ puis vérifier que $J \in \Delta$.

b – Montrer que pour tout point $M \in P$ on a : $MB^2 + MC^2 - 2\vec{MA} \cdot \vec{MC} = 2(MI^2 - MJ^2) + \frac{41}{2}$.

c – Montrer que : $MI^2 - MJ^2 = 2\vec{MJ} \cdot \vec{JI} + \frac{17}{4}$.

d – Déterminer l'ensemble Δ .